stern zwei synchronisierte Uhren angebracht sind, an denen das Raumschiff jeweils vorbeifliegt.
Die Abbrems- und Beschleunigungsphasen lassen wir unberücksichtigt. Die Eigenzeiten des Hin- und Rückfluges bilden zusammen die Reisezeit des Raumschiffes. Dies ist nicht mit der Zeit zu verwechseln, die die Uhren des Systems S anzeigen.

a) Von System Erde – Alpha Centauri aus betrachtet benötigt das Raumschiff für den Hinflug mit $v = \frac{s}{t}$:

$$t_{\text{hin}} = \frac{s}{v}$$

Mit den gegebenen Werten ergibt sich:

$$t_{\text{hin}} = 11{,}25 \text{ a.}$$

Die gesamte Reise dauert 22,5 a.

b) Im Raumschiff (S') vergeht für die Hinreise mit:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 11{,}25 \text{ a}$$

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 11{,}25 \text{ a} \sqrt{1 - \frac{(0{,}4c)^2}{c^2}}$$

$$\Delta t' = 11{,}25 \cdot 0{,}9165 = 10{,}31 \text{ a}$$

Im Raumschiff wird eine Zeitdauer von 20,62 a registriert.
Hinweis: Der Effekt der Längenkontraktion ist auch hier vorhanden. Aus der Sicht der Raumfahrer ist die Entfernung Erde – Alpha Centauri aufgrund der Längenkontraktion kürzer geworden. Darum kann das Raumschiff bei gleicher Relativgeschwindigkeit (Geschwindigkeit zwischen Raumschiff und System Erde – Alpha Centauri) diese Wegstrecke in der kürzeren Zeit zurücklegen.

3. $l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

$$\underline{l = 550 \text{ m}}$$

4. $l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Für die drei Geschwindigkeiten erhält man:

$$l_{100} = 4{,}56 \text{ m} \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}028}{300\,000}\right)^2} = 4{,}56 \text{ m}$$

$$l_{1\,000} = 4{,}56 \text{ m} \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}28}{300\,000}\right)^2} = 4{,}56 \text{ m}$$

$$l_{0{,}1\,\mathrm{C}} = 4{,}56 \text{ m} \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}1\,c}{c}\right)^2} = 4{,}54 \text{ m}$$

5. Mit $l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ folgt $l' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ und somit

$\underline{l' = 809 \text{ m}}$.

6. Erde ist mit S′ fest verbunden. Der Beobachter befindet sich in S (Sonne).
Es gilt mit $l = d$ (in Bewegungsrichtung):

$$d = d' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Da die Änderung des Durchmessers sehr klein ist, bestimmt man das Verhältnis:

$$\frac{d}{d'} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{d}{d'} = \sqrt{1 - \frac{9 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot s^{-1}}{9 \cdot 10^{16} \text{ m} \cdot s^{-1}}}$$

$$\frac{d}{d'} = 0{,}999\,999\,995$$

Dies bedeutet bei einem Durchmesser von etwa 12 700 km, dass die Änderung einige Zentimeter beträgt.

7. a) Der Beobachter E auf der Erde konstatiert ein 5,0 m langes Auto. Der mit 0,9 c fliegende Beobachter P stellt fest:
Das Auto ist kürzer als 5,0 m: $l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

$$l = 5{,}0 \text{ m} \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}9\,c}{c}\right)^2} = 2{,}2 \text{ m}$$

b) Der Beobachter P in der Rakete stellt 5,0 m fest. Der Beobachter E auf der Erde misst 2,2 m.

c) E misst eine längere Zeit (Zeitdilatation):

$$t = t' \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t = 5{,}0 \text{ min} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0{,}9\,c}{c}\right)^2}} = 11{,}5 \text{ min}$$

8. a) $t = \frac{s}{c}$

$$t = \frac{20\,200 \text{ km} \cdot s}{30\,0000 \text{ km}} = \underline{0{,}07 \text{ s}}$$

Die Laufzeit eines Signals zwischen GPS-Satellit und Erdoberfläche beträgt mindestens 0,07 Sekunden.

b) $s = \Delta t \cdot c$

$$s = 10^{-6} \text{ s} \cdot 3 \cdot 10^8 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} = 300 \text{ m}$$

Einem Zeitunterschied von 10^{-6} s entspricht ein Entfernungsunterschied von 300 m.
Hinweis: Für ein gutes Navigationssystem wäre ein solcher Unterschied nicht akzeptabel.

9. Aus $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ erhält man durch Umstellen nach der Geschwindigkeit v und Einsetzen des gegebenen Werts:

$$\underline{v = 0{,}866 \text{ c}}$$

10. $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$\underline{m = 1{,}52 \cdot 10^{-30} \text{ kg}}$$

11. In seinem Ruhesystem (Rakete) ändert sich die Masse nicht. Er bestimmt auf der Waage seine Ruhemasse von 75 kg. Für einen Erdbeobachter ergibt sich die Masse zu $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$m = \frac{75 \text{ kg}}{\sqrt{1 - 0{,}64}}$$

$$\underline{m = 125 \text{ kg}}$$

Dies bedeutet, dass der Mensch, vom Erdbeobachter aus betrachtet, eine wesentlich größere Trägheit besitzt, die sich aus der Masse von 125 kg ergibt.

12. a) Für den Zusammenhang zwischen Masse und Energie gilt die einsteinsche Beziehung: $E = m \cdot c^2$.
Mit $m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg ergibt sich:

$$E = 8{,}198 \cdot 10^{-14}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 8{,}198 \cdot 10^{-14}\ \text{J}$$

$$\underline{E = 5{,}12\ \text{MeV}}$$

b) Mit $E = m \cdot c^2$ ist $m = \frac{E}{c^2}$. Gibt man die Energie in MeV an, dann erhält man die genannte Einheit. Üblich ist die Verwendung dieser Einheit bei Elementarteilchen.

13. Mit $m_0 = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}$ kg folgt $m = 9{,}2005 \cdot 10^{-31}$ kg.
Mit $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ergibt sich:

$$\frac{m_0}{m} = 0{,}9901 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Durch Quadrieren erhält man:

$$0{,}9803 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \quad \text{oder} \quad v^2 = (1 - 0{,}9803)\, c^2$$

$$v = 4{,}21 \cdot 10^7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mit $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ergibt sich, dass die Geschwindigkeit etwa 14 % der Lichtgeschwindigkeit entspricht.

14. Die effektiv bestrahlte Fläche ergibt sich aus dem mittleren Radius der Erde ($r = 6\,371$ km).
Mit $A = \pi \cdot r^2$ erhält man:

$$A_{\text{eff}} = 1{,}28 \cdot 10^{14}\ \text{m}^2.$$

Mit $E = P \cdot t$ folgt:

$$E = 1{,}4 \cdot 10^3\ \text{W} \cdot 1{,}28 \cdot 10^{14} \cdot 24 \cdot 3\,600\ \text{s}$$

$$\underline{E = 1{,}55 \cdot 10^{22}\ \text{Ws}}$$

Aus $E = m \cdot c^2$ folgt:

$$m = \frac{E}{c^2}$$

$$\underline{m = 1{,}73 \cdot 10^5\ \text{kg}}$$

*15. Der Anteil der kinetischen Energie an der Gesamtenergie ergibt sich aus der gegebenen Gesamtenergie und der Ruheenergie. Diese kann man folgendermaßen berechnen:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

$$E_0 = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$E_0 = 8{,}198 \cdot 10^{-14}\ \text{J} = 5{,}12\ \text{MeV}$$

Aus $E = E_0 + E_{\text{kin}}$ folgt:

$$\underline{E_{\text{kin}} = 44{,}9\ \text{MeV}}$$

Für das Verhältnis der Massen gilt:
Aus $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ folgt $m \cdot c^2 = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
Mit $E = m \cdot c^2$ und $E_0 = m_0 \cdot c^2$ ergibt sich:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{50\ \text{MeV}}{5{,}12\ \text{MeV}} = 9{,}766$$

Das Verhältnis der Gesamtmasse des Elektrons zu seiner Ruhemasse beträgt etwa 9,8.
Die Geschwindigkeit kann in unterschiedlicher Weise berechnet werden.

Variante 1:
Mit $\frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 9{,}766$ ergibt sich durch Umstellung nach der Geschwindigkeit v:

$$\underline{v = 1{,}32 \cdot 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Die Geschwindigkeit des Elektrons beträgt $v = 1{,}32 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Das sind etwa 44 % der Lichtgeschwindigkeit.

Variante 2:
Mit $E_{\text{kin}} = m_0 \cdot c_2 \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right] = E_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right]$ folgt:

$$\frac{E}{E_0} = \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right]$$

Es ergibt sich der gleiche Wert für die Geschwindigkeit.

*16. Es können für die Berechnung des Massendefekts die Positronen und die γ-Strahlung vernachlässigt werden. Damit kann man eine Massebilanz aufstellen:
Summe der Einzelmassen des ${}^4_2$He:

$$2m_{\text{H}} + 2m_{\text{n}} = 4{,}033\,21\ \text{u}$$

Masse des He: $m_{\text{He}} = 4{,}002\,601$ u

Daraus ergibt sich als Massendefekt
$\Delta m = 0{,}030\,609$ u.
Mit $u = 1{,}660\,540 \cdot 10^{-27}$ kg ergibt sich:

$$\Delta m = 5{,}082\,7 \cdot 10^{-29}\ \text{kg}$$

Mit $E = \Delta m \cdot c^2$ ergibt sich:

$$E = 4{,}57 \cdot 10^{-12}\ \text{J} = \underline{28\ \text{MeV}}$$

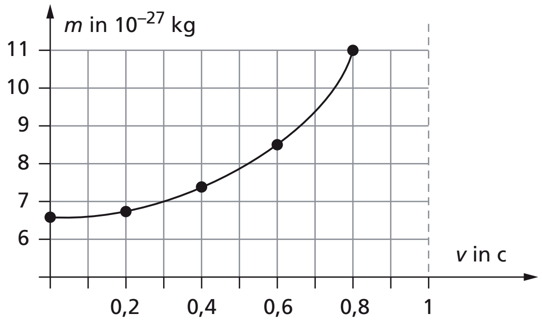
17. a) Allgemein gilt: $q \cdot U = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2$
und damit: $v = \sqrt{\frac{2q \cdot U}{m}}$

b) Die Ruhemasse eines α-Teilchens beträgt $6{,}645 \cdot 10^{-27}$ kg. Für die Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit gilt:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \cdot m_0$$

Damit erhält man:

γ	1,021	1,091	1,25	1,667
v	0,2 c	0,4 c	0,6 c	0,8 c
m in 10^{-27} kg	6,78	7,24	8,30	11,1



c) Die Geschwindigkeit bei Verdopplung der Masse ergibt sich aus:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Mit $m = 2m_0$ erhält man:

$$2m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{oder vereinfacht:}$$

$$v = c \cdot \sqrt{0{,}75} = 0{,}87\ \mathrm{c}$$

Bei nichtrelativistischer Betrachtung würde man für die Beschleunigungsspannung erhalten:

$$U = \frac{m_0 \cdot v^2}{2Q}$$

$$U = \frac{6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot \left(0{,}87 \cdot 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}}$$

$$\underline{U = 1{,}4 \cdot 10^9\ \mathrm{V}}$$

Da sich aber die Masse auf das Doppelte vergrößert, muss sich auch die Beschleunigungsspannung auf den doppelten Wert vergrößern.

18. Der Masseverlust der Sonne pro Sekunde beträgt:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = 4{,}3 \cdot 10^9\ \mathrm{kg}$$

Demzufolge verliert die Sonne pro Jahr etwa:
$4{,}3 \cdot 10^9\ \mathrm{kg} \cdot 365 \cdot 86\,400 = 1{,}4 \cdot 10^{17}\ \mathrm{kg}$
Daraus ergibt sich eine theoretische „Lebensdauer“ der Sonne von $1{,}4 \cdot 10^{13}$ Jahren. Dies sind weit über 10 Billionen Jahre.
Hinweis: Als tatsächliche Lebensdauer der Sonne werden in der Astronomie Werte von etwa 5 Milliarden Jahren angegeben.

19. a) Es gilt (relativistisch)

$$E = m \cdot c^2 = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2 \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Aus der obigen Gleichung folgt:

$$\gamma = \frac{E}{m_0 \cdot c^2}$$

Mit $E = 7 \cdot 10^{12}$ eV (aus der Tabelle),
$m_0 = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ kg und $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
ergibt sich:

$$\gamma = \frac{7 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{1{,}672 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}} \approx 7{,}45 \cdot 10^3$$

Die Masse der Protonen ist bei dieser Beschleunigungsenergie etwa das 7450-Fache der Ruhemasse.

b) Aus $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ folgt $\frac{v}{c} = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1-\frac{1}{5{,}5 \cdot 10^7}}$

und damit: $\underline{v = 0{,}999\,999\,991\ \mathrm{c}}$

20. a) Aus der Gleichheit von Zentripetalkraft und Lorentzkraft folgt:

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = q \cdot v \cdot B$$

Mit $q = 2e$ erhält man: $B = \frac{v}{r\frac{2e}{m}}$

Mit $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ ergibt sich: $B = \frac{2\pi}{T \cdot \frac{2e}{m}} = \frac{\pi}{T \cdot \frac{e}{m}}$

b) Mit $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ ergibt sich:

$$v = \frac{2\pi \cdot 1{,}0\ \mathrm{m}}{5{,}0 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{s}} = 1{,}26 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Mit $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ist:

$$v = 0{,}42\ \mathrm{c}$$

Die Flussdichte muss demzufolge relativistisch berechnet werden.

$$B = \frac{\pi}{T \cdot \frac{e}{m}}$$

Mit $m = m_0 \cdot \gamma$ erhält man:

$$B = \frac{\pi}{T \cdot \frac{e}{m_0}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$B = \frac{\pi}{5{,}0 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{s} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}}{6{,}644 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}} \cdot \sqrt{1-(0{,}42)^2}}$$

$$\underline{B = 2{,}87\ \mathrm{T}}$$

21. a) Zentripetalkraft = Lorentzkraft

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = q \cdot v \cdot B$$

$$\frac{m \cdot v}{r} = q \cdot B$$

Mit $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ erhält man:

$$\frac{m \cdot 2\pi}{T} = q \cdot B \quad \text{oder}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

* b) Mit $m = \gamma \cdot m_0$ erhält man:

$$T = \frac{2\pi \cdot \gamma \cdot m_0}{q \cdot B}$$

γ ist der geschwindigkeitsabhängige Lorentzfaktor.

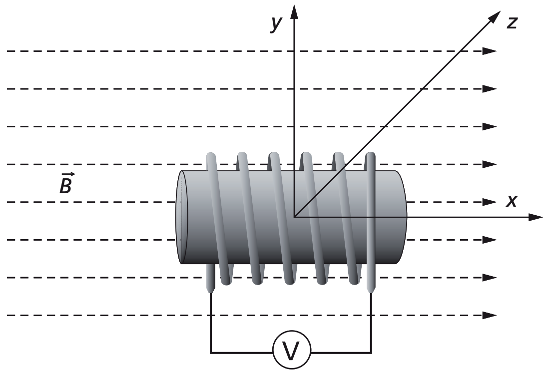
Elektromagnetische Induktion (LB S. 138 – 142)

1. Es wird immer dann eine Spannung induziert, solange sich das von der Spule umfasste Magnetfeld ändert. Das ist bei vier der fünf Bewegungen der Fall. Ausnahme: Drehung des Dauermagneten um seine Längsachse.

2. a) **Induktionsspannung:** (2), (4)
keine Induktionsspannung: (1), (3)
Begründung: Es wird eine Spannung induziert, solange sich das von der Induktionsspule umfasste Magnetfeld ändert.

b) **Induktionsspannung:** Spule (Beispiel 4) rotiert um eine Achse, die senkrecht zur Blattebene steht.
keine Induktionsspannung: Spule befindet sich außerhalb des Magnetfelds und wird dort bewegt.

3. a) Rotation um die *y*-Achse, Rotation um die *z*-Achse, Verschieben der Spule, sodass sie das Magnetfeld verlässt.
Die angegebenen Bewegungen sind verbunden mit einer Änderung der wirksamen Spulenfläche bzw. einer Änderung der die Spule durchsetzenden magnetischen Flussdichte.
Beides führt zu einer Induktionsspannung, deren Betrag von der Schnelligkeit der Bewegung abhängt.
b) Rotation um die *x*-Achse, Verschieben der Spule in *x*-, *y*- oder *z*-Richtung, jedoch nicht bis in den feldfreien Raum hinein Da die magnetische Flussdichte keiner zeitlichen Änderung unterliegt und nun auch die wirksame Spulenfläche konstant bleibt, wird keine Spannung induziert.



4. In einer Spule wird eine Spannung induziert, wenn sich das von der Spule umfasste Magnetfeld ändert. Die Ursache dafür kann entweder eine Änderung der wirksamen Spulenfläche oder ein zeitlich veränderliches Magnetfeld sein.
Experimente für a) und b) sind im LB S. 119 beschrieben.

5. a) – Schließen oder Öffnen des Schalters
– Veränderung des regelbaren Widerstands
– Herausziehen des Eisenkerns aus Spule 2
b) Dazu muss sich das von Spule 2 umfasste Magnetfeld möglichst schnell und möglichst stark ändern. Eine Variante wäre:
– große Spannung an Spule 1, damit große Stromstärke durch die Spule und
– schnelle Änderung des Magnetfelds durch Öffnen des Schalters.

6. $U_i = B \cdot l \cdot v$

$$U_i = 2{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot 0{,}15\ \text{m} \cdot 0{,}80\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\underline{U_i = 0{,}31\ \text{mV}}$$

7. a) Es wird der freie Fall des Leiters angenommen.

$$v = \sqrt{2g \cdot s}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}50\ \text{m}}$$

$$\underline{v = 0{,}31\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}}$$

b) Die Elektronen bewegen sich nach links.
c) $U_i = B \cdot l \cdot v$

$$U_i = 4{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot 0{,}10\ \text{m} \cdot 3{,}1\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\underline{U_i = 1{,}5\ \text{mV}}$$

d) Mit der Vergrößerung der Geschwindigkeit ($v = g \cdot t$) vergrößert sich die Induktionsspannung zwischen den Enden des Leiters.

8. a) Der durch die Induktionsschleife fließende elektrische Strom ist von einem Magnetfeld umgeben. Durch das auf die Schleife fahrende Auto wird dieses Feld beeinflusst, d.h., es unterliegt einer zeitlichen Änderung, was nach dem Induktionsgesetz eine Spannung hervorruft. Diese kann registriert werden und so eine Ampel oder z.B. eine Schranke ansteuern.
b) Ja! Bei einer stromlosen Induktionsschleife nutzt man die Tatsache, dass die meisten Autos selbst von einem schwachen Magnetfeld umgeben sind. Dieses vorwiegend von der Lichtmaschine des Autos erzeugte Magnetfeld induziert beim Überfahren der Schleife eine Spannung, welche wiederum zum Ansteuern von Geräten genutzt werden kann. Bei dieser Variante muss die Stromstärkemessung jedoch sehr empfindlich sein.
c) Mithilfe zweier in die Straße eingelassenen Induktionsschleifen kann die Geschwindigkeit von Fahrzeugen ermittelt werden. Beide Leiterschleifen rufen beim Überfahren der Anordnung eine Induktionsspannung hervor. Eine elektronische Uhr ermöglicht die Messung der Zeitdifferenz zwischen den beiden Magnetfeldänderungen. Der Schleifenabstand, dividiert durch die gemessene Zeit, ergibt die Geschwindigkeit des Fahrzeugs.
d) $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$$v = \frac{5{,}2\ \text{m}}{0{,}28\ \text{s}}$$

$$v = 19\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{67\ \tfrac{\text{km}}{\text{h}}}$$

9. a) Die Wirkungsweise eines Transformators beruht auf einem Induktionsstrom infolge der zeitlichen Änderung der magnetischen Flussdichte, ein Generator erzeugt eine Induktionsspannung aufgrund der Änderung der wirksamen Fläche.
b) Beschreibung des Aufbaus und der Wirkungsweise von Transformator und Generator.
Hinweis: Die Schüler können auch andere technische Geräte wählen.

10. Präsentation zum Transformator

11. Für den Wirkungsgrad gilt:

$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$ und damit $P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta}$

$P_{zu} = \frac{15\ \text{MW}}{0{,}98}$

$\underline{P_{zu} = 15{,}3\ \text{MW}}$

Die Stromstärke im Primärkreis ergibt sich aus der aufgenommenen Leistung:

$P = U \cdot I$

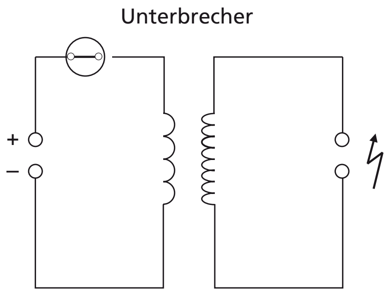
$I = \frac{P}{U}$

$I = \frac{15{,}3\ \text{MW}}{220\ \text{kV}}$

$\underline{I = 70\ \text{A}}$

12. Der großen Windungszahl der Primärspule steht eine kleine Windungszahl der Sekundärspule gegenüber. Nach dem Stromstärkeübersetzungsverhältnis fließt im Schmelztiegel ein sehr hoher Strom, der z. B. Blei oder Lötzinn zum Schmelzen bringt.

13. a)



b) Zündspulen sind Transformatoren. Zwei Spulen unterschiedlicher Windungszahl sind so angeordnet, dass das Magnetfeld der Erregerspule (wenige Windungen) die Induktionsspule (erheblich mehr Windungen) durchsetzt. Die Batterie oder die Lichtmaschine liefert den erforderlichen Strom. Ein Unterbrecher (mechanisch oder elektronisch) öffnet und schließt den Stromkreis in Abhängigkeit von der Motordrehzahl. Damit ändert sich jeweils das Magnetfeld der Erregerspule und damit auch das von der Induktionsspule umfasste Magnetfeld. Aufgrund der hohen Windungszahl entsteht eine große Induktionsspannung, sie ruft zwischen den Elektroden der Zündkerze jeweils einen elektrischen Funkenüberschlag hervor, der das Benzin – Luft – Gemisch zündet.

14. a) Elektrische Energie ⟶ Rotationsenergie
b) Mechanische Energie des Wassers oder Energie des Wasserdampfes ⟶ Rotationsenergie der Turbines ⟶ elektrische Energie
c) elektrische Energies ⟶ Energie des magnetischen Feldes ⟶ elektrische Energie.

15. Zwischen der induzierten Spannung U_i und dem magnetischen Fluss Φ besteht der Zusammenhang

$U_i = -N\frac{d\Phi}{dt}$.

In den Abschnitten I, III und V ist die Steigung des Graphen und somit auch die Induktionsspannung null.
Im Bereich II ist die Änderung des magnetischen Flusses positiv, was aufgrund des negativen Vorzeichens im Induktionsgesetz (Lenzsche Regel) eine negative Induktionsspannung zur Folge hat.
Zwischen t_3 und t_4 liegt eine negative Steigung vor, weshalb in diesem Bereich eine positive Spannung induziert wird.
Der Betrag der induzierten Spannung im Abschnitt II ist um das 1,5-Fache größer als der im Bereich IV.

16. a) $\Phi = B \cdot A$

$\Phi = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot 3{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2$

$\underline{\Phi = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \text{Wb}}$

bei $\varphi = 45°$: $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ Wb
bei $\varphi = 90°$: 0

b) Es wird keine Spannung induziert, da sich der magnetische Fluss durch die Leiterschleife nicht ändert.

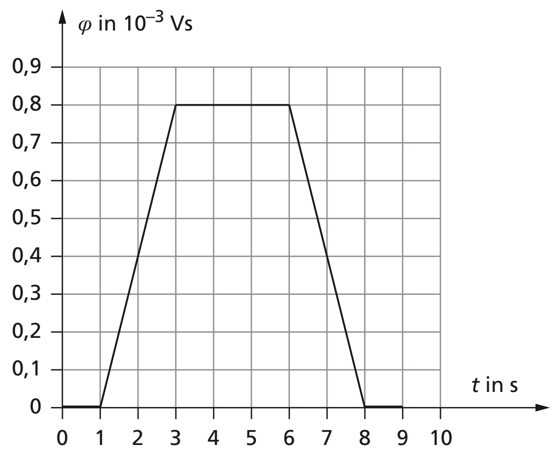
c) $U_i = -B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$

$U_i = -4{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot \frac{-3{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2}{0{,}50\ \text{s}}$

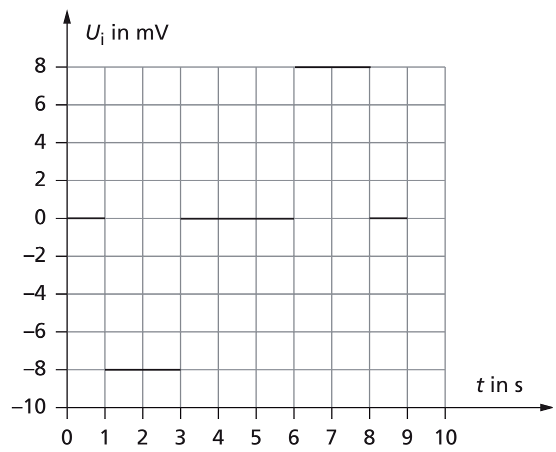
$U_i = 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{V}$

$\underline{U_i = 0{,}032\ \text{mV}}$

17. a)



b)



Für die in der Spule induzierte Spannung gilt:

$$U_\mathrm{i} = -N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

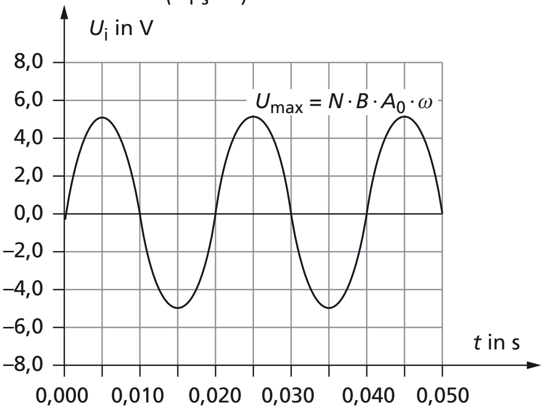
Einsetzen des Ausdrucks $A_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$ für die Fläche A und anschließendes Differenzieren ergibt:

$-A_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$ und damit

$$U_\mathrm{i} = N \cdot B \cdot A_0 \cdot 2\pi \cdot f \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

$$U_\mathrm{i} = 20 \cdot 0{,}02\ \mathrm{T} \cdot 0{,}04\ \mathrm{m}^2 \cdot 2\pi \cdot 50\ \mathrm{Hz} \cdot \sin(2\pi \cdot 50\ \mathrm{Hz} \cdot t)$$

$$U_\mathrm{i} = 5\ \mathrm{V} \cdot \sin\left(\frac{100\pi}{1\ \mathrm{s}} \cdot t\right)$$



18. a) Unter einer glaskeramischen Platte sind Spulen verschiedener Induktivität installiert. Beim Fließen eines Wechselstromes wird um diese Spulen ein magnetisches Feld aufgebaut. Das Feld durchdringt die Keramikkochfläche. Werden Metallgegenstände in das Kochfeld gebracht, induzieren die magnetischen Felder Wirbelströme, die das Material stark erhitzen.
    b) Nur in Metallen (Kupfer, Aluminium, Stahl. u. Ä.) können Wirbelströme entstehen.
    c) Geringe elektrische Arbeit im Leerlauf, dadurch Energieeinsparung, geringe Erwärmung im Leerlauf, geringe Gefahr für Verbrennungen, rasche Abkühlung nach der Benutzung, geringe Energieverluste, da es keine Heizplatte gibt, von der Wärme an die Umgebung abgestrahlt wird.

19. Der geschlossene Eisenkern ist so gewickelt, dass sich die Magnetfelder von Null- und Außenleiter bei störungsfreiem Betrieb gerade gegenseitig kompensieren. Fließt der Strom jedoch fehlerhaft nicht über den Nullleiter, sondern z. B. über einen menschlichen Körper ab, so unterscheiden sich die Stromstärken in Hin- und Rückleitung und somit auch deren Magnetfelder. Diese heben sich nun nicht mehr gegenseitig auf, was eine Magnetfeldänderung und somit einen Induktionsstrom in der linken Spule hervorruft. Er betätigt einen Schalter, wodurch der Stromkreis unterbrochen wird.

20. Bei der Bewegung des Magneten in einer metallischen Röhre entstehen in dieser Wirbelströme. Nach dem lenzschen Gesetz wird durch das dadurch entstehende Magnetfeld die Bewegung des Magneten gehemmt. In einer Plastikröhre (Isolator) entstehen keine Wirbelströme.

21. $U_\mathrm{i} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$

$$U_\mathrm{i} = -\mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$U_\mathrm{i} = -\mu_0 \cdot \mu_\mathrm{r} \cdot \frac{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot N^2}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$U_\mathrm{i} = -3{,}3 \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Abschnitt I: $U_\mathrm{i} = 0$, da $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$

Abschnitt II: $\Delta I = 250\ \mathrm{mA}$, $\Delta t = 10\ \mathrm{ms}$

$$U_\mathrm{i} = -3{,}3 \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} \cdot \frac{250\ \mathrm{mA}}{10\ \mathrm{ms}}$$

$$\underline{U_\mathrm{i} = 82{,}5\ \mathrm{mV}}$$

Da die Stromstärke abnimmt, hat die Induktionsspannung einen positiven Betrag.

Abschnitt III: $U_\mathrm{i} = 0$, da $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$

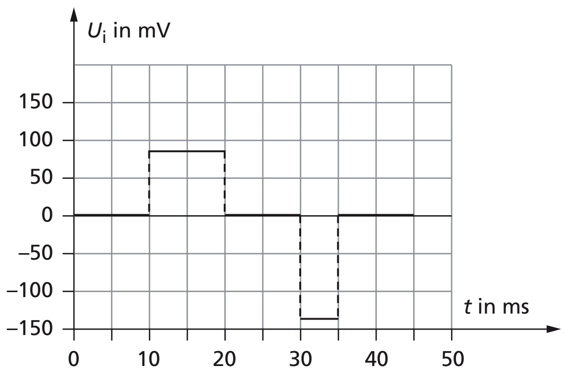
Abschnitt IV: $\Delta I = 200\ \mathrm{mA}$, $\Delta t = 5\ \mathrm{ms}$

$$U_\mathrm{i} = -3{,}3 \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} \cdot \frac{200\ \mathrm{mA}}{5\ \mathrm{ms}}$$

$$\underline{U_\mathrm{i} = -132\ \mathrm{mV}}$$

Da nun die Steigung des Graphen positiv ist, liegt im Bereich IV eine negative Induktionsspannung vor.

Abschnitt V: $U_\mathrm{i} = 0$, da $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$



22. a) Das Induktionsgesetz für eine Spule lautet in seiner allgemeinen Form:

$$U_\mathrm{i} = -N \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

Einsetzen des magnetischen Flusses und Berücksichtigung der Tatsache, dass sich die Fläche A bei einer Spule nicht ändert, führt zu

$$U_\mathrm{i} = -N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Die magnetische Flussdichte in einer langen Spule beträgt

$$B = -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I \cdot N}{l},$$

wobei lediglich die Stromstärke I eine zeitabhängige Größe darstellt. Somit erhält man:

$$U_i = -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Den konstanten Ausdruck $\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l}$ fasst man zur Induktivität L der Spule zusammen.
Daher gilt:

$$U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

b) $U_i = -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$

$$U_i = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Vs}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 20 \cdot \frac{1\,500^2 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2}{0{,}1\,\text{m}} \cdot \frac{0{,}75\,\text{A}}{9 \cdot 10^{-3}\,\text{s}}$$

$$\underline{U_i = 31\,\text{V}}$$

23. Präsentation

24. Bei Wechselspannung wird in der Spule ständig eine Spannung und ein Strom induziert, der nach dem lenzschen Gesetz dem ursprünglichen Strom entgegen gerichtet ist und diesen schwächt. Die Spule wirkt demzufolge wie ein zusätzlicher Widerstand (induktiver Widerstand).

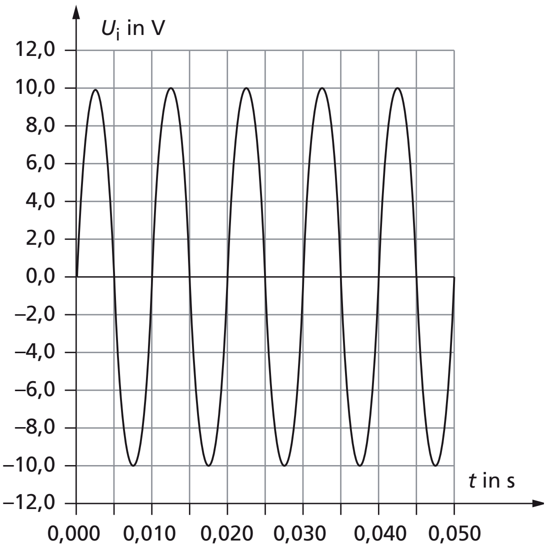
25. a) $f = \frac{\omega}{2\pi}$ $\left(\omega = \frac{2\pi}{0{,}01\,\text{s}}\right)$

$$f = \frac{2\pi}{0{,}01\,\text{s} \cdot 2\pi} = 100\,\text{Hz}$$

$$U = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$U = \frac{10\,\text{V}}{\sqrt{2}} = 7\,\text{V}$$

b)



26. Der Effektivwert U der Netzspannung beträgt 230 V. Daraus errechnet sich die maximale Spannung zu

$$U_{max} = U \cdot \sqrt{2}$$

und man erhält $U_{max} = 325$ V. Die Frequenz des Wechselstroms beträgt 50 Hz, was einer Kreisfrequenz von $\frac{2\pi}{0{,}02\,\text{s}}$ entspricht ($\omega = 2\pi \cdot f$).

Es gilt also: $U = 325\,\text{V} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0{,}02\,\text{s}} \cdot t\right)$

27. a) Gleichstromwiderstand:

$$R = \frac{6{,}4\,\text{V}}{43 \cdot 10^{-3}\,\text{A}} = 149\,\Omega$$

Wechselstromwiderstand

$$R = \frac{6{,}4\,\text{V}}{3{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{A}} = 1{,}8\,\text{k}\Omega$$

b) Der Unterschied liegt in der Selbstinduktion begründet, die bei konstanter Stromstärke nicht vorhanden ist. Sie ruft einen Induktionsstrom hervor, der seiner Entstehungsursache entgegenwirkt. Dadurch wirkt eine Spule im Wechselstromkreis wie ein Widerstand, der zusätzlich zu ihrem ohmschen Widerstand vorhanden ist.

*28. $L = \mu_0 \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l}$

$$L = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Vs}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 1\,000^2 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2}{0{,}3\,\text{m}}$$

$$\underline{L = 25\,\text{mH}}$$

Der ohmsche Widerstand kann aus der Länge des Drahts berechnet werden:

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{A} = \varrho \cdot \frac{l}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$R = \varrho \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot A} \cdot N}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$R = 0{,}017\,\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot 6 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2} \cdot 1\,000}{\pi \cdot (0{,}75\,\text{mm})^2}$$

$$\underline{R = 2{,}6\,\Omega}$$

29. a) $E = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

Mit $L = \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l}$ erhält man:

$$E = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A \cdot I^2}{2l} \qquad \left(A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}\right)$$

$$E = \frac{1{,}257\,\text{Vs} \cdot (500)^2 \cdot 2{,}46\,\text{m}^2 \cdot (3{,}0\,\text{A})^2}{10^6\,\text{Am} \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 0{,}15\,\text{m}}$$

$$\underline{E = 23\,\text{mJ}}$$

b) Es gilt: $E \sim I^2$
Halbe Stromstärke bedeutet ein Viertel der Energie, doppelte Stromstärke bedeutet die vierfache Energie.

c) $E = \frac{1}{2} C \cdot U^2$

$$U = \sqrt{\frac{2E}{C}}$$

$$U = \sqrt{\frac{2 \cdot 23 \cdot 10^{-3}\,\text{J}}{6{,}2 \cdot 10^{-6}\,\text{F}}}$$

$$\underline{U = 86\,\text{V}}$$

d) $U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$

$$U_i = \frac{1{,}257\,\text{Vs} \cdot (500)^2 \cdot 2{,}46\,\text{m}^2}{10^6\,\text{Am} \cdot 10^3 \cdot 0{,}15\,\text{m}} \cdot \frac{3{,}0\,\text{A}}{0{,}020\,\text{s}}$$

$$\underline{U_i = 0{,}77\,\text{V}}$$

30\. a) $E = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

$E = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot A \cdot I^2}{2l}$

$E = \frac{1{,}257\ \text{Vs} \cdot 480 \cdot (1\,500)^2 \cdot 85\ \text{m}^2 \cdot (4{,}2\ \text{A})^2}{10^6\ \text{Am} \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 0{,}25\ \text{m}}$

$\underline{E = 410\ \text{J}}$

b) $E = m \cdot g \cdot h$

$h = \frac{E}{m \cdot g}$

$h = \frac{410\ \text{J}}{0{,}1\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 420\ \text{m}$

c) Wegen $E \sim \mu_r$ verringert sich beim Entfernen des Eisenkerns die Energie des Magnetfelds um das 480-Fache.

31\. a) $E = \frac{1}{2} C \cdot U^2$

$E = \frac{1}{2} \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{F} \cdot (120\ \text{V})^2 = 17\ \text{mJ}$

$E = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

$E = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2\ \text{H} \cdot (2{,}5\ \text{A})^2 = 3{,}75\ \text{J}$

Die im magnetischen Feld der Spule gespeicherte Energie ist wesentlich größer als die im elektrischen Feld des Kondensators gespeicherte Energie.

b) Es müsste gelten:

$\frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} L \cdot I^2$ oder $C \cdot U^2 = L \cdot I^2$

Es sind verschiedene Lösungen möglich. Geht man z. B. von $U = 100\ \text{V}$ und $I = 1\ \text{A}$ aus, dann würde sich ergeben (ohne Einheiten):

$C \cdot 10^4 = L$ oder $\frac{L}{C} = 10^4$

Das wäre z. B. erfüllt mit $L = 1\ \text{H}$ und $C = 100\ \mu\text{F}$.

c) $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Bei einer Höhe von 10 m würde man eine Geschwindigkeit von 14 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ erhalten. Es sind natürlich auch viele andere Kombinationen möglich.

*32. a) $R = \varrho \cdot \frac{l}{A}$

Die Länge l des Drahts ergibt sich aus der Windungszahl und den Spulenabmessungen:

$l = \pi \cdot d \cdot N$

$l = \pi \cdot 0{,}05\ \text{m} \cdot 250 = 39{,}3\ \text{m}$

$R = 0{,}017\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{39{,}3\ \text{m} \cdot 4}{\pi \cdot (1\ \text{mm})^2}$

$R = 0{,}85\ \Omega$

b) $I = \frac{U}{R}$

$I = \frac{24\ \text{V}}{0{,}85\ \Omega} = 28\ \text{A}$

c) $L = \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l}$

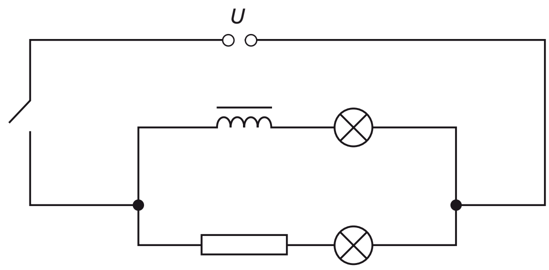
$L = \frac{1{,}257\ \text{Vs} \cdot (250)^2 \cdot 1{,}96\ \text{m}^2}{10^6\ \text{AM} \cdot 0{,}25\ \text{m} \cdot 10^3} = 0{,}62\ \text{mH}$

d) $E = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

$E = \frac{1}{2} \cdot 0{,}62 \cdot 10^{-3}\ \text{H} \cdot (28\ \text{A})^2$

$\underline{E = 0{,}24\ \text{J}}$

33\. a)



b) $U = 0{,}10\ \text{A} \cdot 100\ \Omega = 10\ \text{V}$

Am 100-Ω-Widerstand liegt eine Spannung von 10 V. Gleiche Helligkeit an beiden Glühlampen vorausgesetzt, liegt auch an der Spule eine Spannung von 10 V. Die Spannung der Spannungsquelle beträgt demzufolge:

$U = 10\ \text{V} + 6\ \text{V} = 16\ \text{V}$

c) Die Lampe im Stromkreis mit Spule leuchtet etwas später auf.

34\. a) $E = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

$E = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot I^2$

$E = \frac{1{,}257\ \text{Vs} \cdot 320 \cdot (250)^2 \cdot 15\ \text{m}^2 \cdot (4{,}3\ \text{A})^2}{2 \cdot 10^6\ \text{Am} \cdot 10^4 \cdot 0{,}20\ \text{m}}$

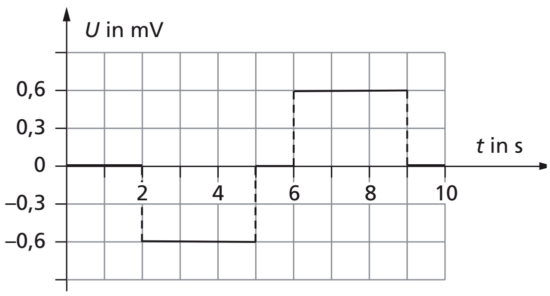
$\underline{E = 1{,}7\ \text{J}}$

b) Wenn der Schalter geöffnet wird, bricht das Feld zusammen. Feldenergie wird in elektrische Energie (Stromfluss) umgewandelt. Der Strom bewirkt eine Erwärmung des Leiters. Die innere Energie wird in Form von Wärme an die Umgebung abgegeben.

35\. a) Es treten folgende Spannungen auf:

(1) 0–2 s: $U_i = 0$
(2) 2–5,2 s: $U_i = -B \cdot l \cdot v$
$U_i = -0{,}60\ \text{T} \cdot 0{,}04\ \text{m} \cdot 0{,}025\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$U_i = -0{,}6\ \text{mV}$
(3) 5,2–6 s: $U_i = 0$
(4) 6–9,2 s: $U_i = 0{,}6\ \text{mV}$
(5) 9,2–10 s: $U_i = 0$

Damit erhält man das folgende Diagramm:



b) $F = l \cdot I \cdot B = l \cdot \frac{U_i}{R} \cdot B$

$F = 0{,}04\ \text{m} \cdot \frac{0{,}6\ \text{V}}{10^3 \cdot 3\ \Omega} \cdot 0{,}60\ \text{T}$

$\underline{F = 4{,}8\ \mu\text{N}}$

Die jeweilige Kraftrichtung ergibt sich aus dem lenzschen Gesetz oder aus den Bedingungen